Introduzione

In questo periodo storico, insegnare Geometria nella scuola pre-universitaria non è troppo di moda. Nel n. 46 di *Alice&Bob*, Maria Dedò ha incominciato a descrivere con "quale geometria per la scuola" è invece opportuno che i nostri allievi si confrontino. Perché "la Geometria è il primo capitolo della fisica", perché "insegna a dimostrare", perché aiuta a conquistare uno sguardo globale sulle situazioni senza impelagarsi nei dettagli... Fra tutte le motivazioni a noi piace ricordare quella che in controluce si legge nella frase di V.I. Arnol'd che già Dedò citava: "*Alcuni disabili mentali, fanatici della cosiddetta matematica astratta, hanno estromesso dall'insegnamento la geometria (attraverso la quale più spesso passa il legame della matematica con la Fisica e con la realtà)*" cfr. [D4, p. 11]). Innanzi tutto ci piace perché aiuta a superare l'obiezione frequente di chi pensa che il valore dell'insegnare Geometria stia non nell'interesse "reale" della disciplina ma nel fatto che la Geometria è il posto privilegiato delle dimostrazioni, il luogo principe dove si impara a impostare una costruzione assiomatica, a "ragionare correttamente". Noi crediamo che non ci sia bisogno di questo posto speciale che sa tanto di esclusione e che ha portato Emma Castelnuovo a dire in una sua conferenza romana che l'aver insegnato Geometria come era stato fatto nella scuola italiana (ma non solo!) era stata "una cattiveria". Si tratta di un pregiudizio che ha finito per cancellare la necessità (il piacere!) delle dimostrazioni in tutti gli altri ambiti della Matematica che si insegna a scuola. Si dà per scontato che in Aritmetica, per esempio, non se ne debbano chiedere, anche quando sono "piccole" dimostrazioni locali, le uniche sensate da proporre a studenti molto giovani, che si presterebbero bene ad essere discusse.

E comunque basta la realtà a costringerci ad essere conseguenti, logicamente corretti, chiari nelle assunzioni e precisi nelle conclusioni, inferenza dopo inferenza. Possiamo permetterci di dire che una sfera è una superficie rigata in $\mathbf{R}^3$ solo perché non abbiamo ancora dimostrato che non è vero? Certo che no: la sfera, vale a dire l'oggetto geometrico che nasce dalle biglie dei bambini, non può avere rette che si adagiano sulla sua superficie. L'ha capito anche quel bimbetto di scuola dell'infanzia che quando gli viene detto che la terra è tonda, rimane perplesso e, avendo chiesto "come una palla?", si sente rispondere di sì e allora ci pensa, va a prendere una palla, indica una strada fuori dal giardino e conclude "non è possibile: una strada sulla palla non ci sta". Come dargli torto? Non c'è bisogno di dimostrare questa impossibilità se non all'interno di un tentativo di ricostruzione di una teoria assiomatica. E le teorie assiomatiche sono compito e privilegio dei matematici di professione...

In seconda battuta, la frase di Arnol'd ci piace perché non dice che il legame della Matematica con la realtà passa sempre attraverso la Geometria ma solo che lo fa "più spesso" e in questo modo ci costringe a ricordare che le esperienze e le intelligenze dei nostri studenti sono diverse e che a questa diversità noi dobbiamo rivolgerci. Non abbiamo alcun diritto di impedire a qualche allievo di apprezzare il piacere intellettuale che la teoria geometrica dà a chi è pronto a coglierlo e non possiamo evitare di mostrare il piacere che a noi stessi dà. In fin dei conti siamo docenti di Matematica e non istruttori: se riusciamo a mostrare quanto sia bella una bella dimostrazione non abbiamo nessun motivo per non farlo, anzi; e saremo quanto mai fieri se a qualcuno brilleranno gli occhi. Ma non abbiamo neppure alcun diritto di costringere qualcuno a dimostrare un'affermazione che gli sembra (ed è) ovvia perché nessuno ha motivo per dubitarne. Il fatto è che è difficile convincere qualcuno che quello che sembra ovvio che si ripeta inalterato, quello che ci fa dire "e così via" quando facciamo una lista di affermazioni, ha bisogno di essere validato. Un'insegnante di scuola media molto severa e rigorosa era arrivata a un accordo con i suoi giovanissimi allievi refrattari a qualunque esplorazione "teorica": avrebbe dato la sufficienza anche a chi non avesse saputo dare una giustificazione (una dimostrazione) ma avesse detto "non so dimostrarlo io, ma bisognerebbe farlo perché non si può dire che è vero finché qualcuno non ha controllato bene e tutti sono d'accordo". Era completamente disperata per questo "cedimento" (dimostrare non è "controllare bene") ma doveva riconoscere che aveva funzionato: spesso i compagni del

ragazzino interrogato non si accontentavano facilmente e nascevano discussioni sottili e accalorate del tutto insperate. Dal canto suo, un'insegnante di Istituzioni di Matematica per i futuri biologi ha passato qualche settimana a proporre esempi in cui il "così via" porta ad affermazioni sbagliate per convincere le sue matricole, refrattarie quasi quanto i ragazzini di scuola media, a guardare con meno fastidio al principio di induzione. Valeva la fatica? Secondo lei, sì: insegnare quanto può essere pericoloso prendere per buono tutto ciò che ci viene detto senza sottoporlo a giudizio è almeno altrettanto importante in Matematica, ma anche fuori dalla Matematica, che insegnare a usare bene il teorema di Rolle.

A questo punto, dichiarato che cosa ci aspettiamo dall'insegnare Geometria (un avvio ad acquistare uno sguardo razionale sul mondo, un aiuto a "vedere" e a "decidere" senza lasciarsi distrarre da inutili dettagli), la domanda diventa: come si può fare? I tempi di lezione sono stretti, ci mancava anche l'alternanza scuola-lavoro per portar via altre ore di lezione – dice qualcuno, come si può inserire un nuovo compito fra i mille che già abbiamo? Quanto tempo bisogna perdere? Questo libro si propone di offrire qualche risposta nata nella pratica didattica di alcuni docenti dei vari ordini di scuola che hanno provato a usare la Geometria come luogo privilegiato per "fare" matematica con i propri allievi, grandi e piccini, senza nessuna perdita di tempo.

Abbiamo scelto alcune questioni importanti dal punto di vista dei contenuti a cui si riferiscono o dei temi matematici che coinvolgono e abbiamo raccolto esperienze che le riguardano e/o proposte che le illustrano nei vari ordini di scuola. Sono esperienze condotte in modalità laboratoriale, una modalità in cui è previsto che gli studenti si cimentino nella soluzione di problemi che provengono dalla vita quotidiana o dalla disciplina stessa, utilizzando le conoscenze acquisite in ambiti diversi e mostrando così di averle fatte diventare patrimonio personale. Le abbiamo presentate rispettando per lo più il modo di raccontarle dei protagonisti e cercando di mettere in evidenza, per ognuna, a quale punto del cammino si colloca, quali difficoltà propone, quale nuovo sguardo permette sui contenuti, quali nuove abilità aiuta ad acquistare e quali invece aiuta a consolidare.

La prima questione su cui riflettiamo è quella che si rifà all'operazione che il matematico compie quando si trova davanti a una situazione nuova: mettere in ordine, decidere che cosa vuol dire che due oggetti sono uguali e... riempire i "cassetti" in cui riporre gli oggetti uguali a uno fissato, in una parola "classificare". Conoscere le basi matematiche di questa opera-

zione non solo evita che si dia credito a classificazioni inconsistenti come, nella vita sociale, quella che dà origine al concetto di razze umane e come, in Matematica, quella che divide gli oggetti in grandi e piccoli, ma, per quello che in particolare ci interessa qui consente un approccio alla Geometria che, andando alla ricerca degli invarianti, apre lo sguardo su mondi nuovi, diversi dal nostro euclideo tridimensionale.

Nel costruire proposte di classificazione, inevitabilmente, ci si confronta con la maniera di descrivere gli oggetti geometrici coinvolti, piani o solidi che siano, con le loro regolarità e le loro simmetrie. E si comincia anche a guardare anche la realtà che ci circonda con gli occhiali della Matematica, compiendo un'operazione che coinvolge non solo le competenze e le abilità matematiche ma anche il gusto estetico o la tecnologia, con quel passaggio dal concreto all'astratto che spesso crea difficoltà in classe e che è il cuore di un secondo blocco di proposte. In fin dei conti, siamo ben consapevoli del fatto che descrivere un oggetto in modo che l'interlocutore capisca di che cosa si tratta è assai diverso rispetto al ripetere una definizione imparata a memoria...

Un terzo blocco di proposte riguarda quello a cui spesso abbiamo ridotto la geometria che proponiamo a scuola – vale a dire lo studio dei dati quantitativi associabili alle figure geometriche: perimetri, aree e volumi – cercando di farlo diventare un'esperienza interessante che si apre a situazioni poco frequentate e non solo un apprendimento di nomi e di formule. Si incontrano torri e serpenti, ma anche fiocchi di neve e triangoli con due angoli retti: il mondo da misurare è molto ricco!

Evidentemente, quelle che abbiamo fatto non erano le uniche scelte possibili, ma ci è parso più utile, rispetto a un'impossibile esaustività, provare a costruire l'impianto di un percorso disegnato, sulla falsariga delle Indicazioni nazionali, in una maniera che, mentre rispetta la significatività dei contenuti, pone l'attenzione soprattutto sul coinvolgimento degli allievi, sulla possibilità che – attraverso la Geometria – riescano a costruire un rapporto felice – o quanto meno positivo – con la Matematica, perché questa possa diventare uno strumento utile a costruire un mondo in cui si viva tutti meglio.

Come risulta già da questa presentazione, questo volume nasce dalla collaborazione di molti protagonisti. Alcuni vi intervengono con il loro nome, di altri dà conto la bibliografia, ma ce ne sono molti che negli anni hanno partecipato al lavoro che ha portato a questo testo e che quindi ne sono auto-

ri a tutti gli effetti. Età e formazioni e ruoli diversi hanno forse reso più faticoso e lento il cammino, ma si sono rivelati elementi fondamentali per dare spessore e continuità alle esperienze che è stato possibile costruire con il Centro "matematita" prima e ora con i corsi MathUp di formazione per docenti della scuola pre-universitaria. I risultati che stiamo ottenendo ci riempiono di molta soddisfazione ma dicono anche che i più giovani hanno ancora molto da fare.

Buon lavoro, dunque, ancora una volta.

Milano, marzo 2018

Jacopo De Tullio
Simonetta Di Sieno